

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.В.14 Уравнения математической физики

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль)

01.03.04 Прикладная математика

Форма обучения

очная

Год набора

2022

Красноярск 2022

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

д.ф.-м.н., профессор, Рыжков И.И.

\_\_\_\_\_  
должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс “Уравнения математической физики” является одним из базовых курсов цикла специальных дисциплин для направления «Прикладная математика».

Целью курса является получение целостного представления о процессах и явлениях, имеющих физическую природу, понимание возможности современных математических методов познания природы и овладение ими на уровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнонаучное содержание.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Задача курса – освоение методов исследования задач уравнений математической физики и умение их использовать

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-3: Способен применять математический аппарат для решения поставленных задач.</b>	
ПК-3.1: Знать основы применения математического аппарата для решения поставленных задач.	Принципы построения математических моделей стационарных и нестационарных процессов колебаний Сформулировать математическую модель (уравнения и граничные условия) на основе физической модели математическим аппаратом для решения задач математической физики (методы упрощения и интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных)
ПК-3.2: Уметь самостоятельно разрабатывать математические модели, на основе содержательного и физического описания процессов и объектов.	Принципы построения математических модели распространения тепла, диффузии выбрать метод решения поставленной задачи математическим аппаратом для решения задач математической физики ( метод разделения переменных)
ПК-3.3: Владеть основными понятиями и результатами основополагающих математических дисциплин;	постановки основных начально-краевых задач и условия их корректности построить решение и дать его физическую интерпретацию математическим аппаратом для решения задач математической физики (метод интегральных преобразований, метод функции источника)

### 1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

URL-адрес и название электронного обучающего курса: <https://e.sfu-kras.ru/enrol/index.php?id=3079>.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>4 (144)</b>		
занятия лекционного типа	2 (72)		
практические занятия	2 (72)		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>3 (108)</b>		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
<b>Промежуточная аттестация (Экзамен)</b>	<b>2 (72)</b>		

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Постановка основных задач</b>									
	1. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Замена переменных. Классификация уравнений в точке. Оператор Лапласа в полярной, цилиндрической и сферической системах координат	4							
	2. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными. Характеристические поверхности (характеристики). Приведение к каноническому виду	4							
	3. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах	4							

4. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка в точке. Замена переменных			4					
5. Характеристические поверхности. Приведение к каноническому виду			4					
6. Классификация краевых задач. Задача Коши. Корректность постановки задач математической физики			4					
7. Постановка основных задач							16	
<b>2. Теория обобщенных функций</b>								
1. Определение обобщенной функции (о.ф.). Пространства основных (пробных) и обобщенных функций (распределения Шварца). Топология сходимости	4							
2. Полнота пространства обобщенных функций и плотность множества основных функций в пространстве обобщенных. Носитель обобщенной функции. Конечность порядка о.ф. с компактным носителем, общий вид о.ф. с носителем в точке	6							
3. Умножение о.ф. на основную. Прямое произведение о.ф. Замена переменной в о.ф. Свертка	6							
4. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Свойства. Применения к обработке сигналов	8							
5. Определение обобщенной функции, примеры. Топология сходимости			4					
6. Дифференцирование. Общий вид о.ф. с носителем в точке			8					
7. Умножение о.ф. на основную. Прямое произведение о.ф. Замена переменной в о.ф. Свертка			6					

8. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Свойства. Применения к обработке сигналов			6					
9. Теория обобщенных функций							20	
<b>3. Постановка основных краевых задач математической физики</b>								
1. Основные уравнения математической физики. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнения Лапласа, Гельмгольца, Пуассона	2							
2. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Замена переменных. Классификация уравнений в точке. Оператор Лапласа в полярной, цилиндрической и сферической системах координат	2							
3. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах	2							
4. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными. Характеристические поверхности (характеристики). Приведение к каноническому виду	2							



5. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах	2							
6. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах	2							
7. Основные уравнения математической физики. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнения Лапласа, Гельмгольца, Пуассона			2					
8. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Замена переменных. Классификация уравнений в точке. Оператор Лапласа в полярной, цилиндрической и сферической системах координат			2					
9. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными. Характеристические поверхности (характеристики). Приведение к каноническому виду			2					

10. Постановка основных краевых задач. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевые задачи для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов. Смешанные задачи. Корректность постановки задач математической физики. Корректность по Адамару. Понятие о некорректно поставленных задачах			2					
11. Постановка основных краевых задач математической физики							18	
<b>4. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа</b>								
1. Свойства решений. Постановка задач на собственные значения эллиптического оператора. Формулы Грина. Свойства эллиптического оператора. Свойства собственных значений и собственных функций эллиптического оператора. Метод Фурье (разделение переменных). Примеры			2					
2. Интегральное представление дважды дифференцируемых функций. Фундаментальное решение оператора Лапласа ( $n=2,3$ ), физическая интерпретация. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума. Теорема Гарнака			2					
3. Уравнение Лапласа. Единственность и непрерывная зависимость решений внутренней и внешней задач Дирихле. Корректность постановки внутренней и внешней задач Дирихле для круга. Интегральная формула Пуассона. Решение задачи Дирихле для кольца, сектора. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана. Теорема единственности решения задачи Неймана			2					

4. Функция Грина. Решение задачи Дирихле с помощью функций Грина для простейших областей. Метод электростатических изображений. Построение функции Грина с помощью конформных отображений. Решение задачи Дирихле для шара. Интеграл Пуассона	2							
5. Ньютонов потенциал, физический смысл. Потенциалы простого и двойного слоя. Поверхности Ляпунова. Свойства потенциалов простого и двойного слоя на поверхности Ляпунова. Разрыв потенциала двойного слоя. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя	2							
6. Ньютонов потенциал, физический смысл. Потенциалы простого и двойного слоя. Поверхности Ляпунова. Свойства потенциалов простого и двойного слоя на поверхности Ляпунова. Разрыв потенциала двойного слоя. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя	2							
7. Свойства решений. Постановка задач на собственные значения эллиптического оператора. Формулы Грина. Свойства эллиптического оператора. Свойства собственных значений и собственных функций эллиптического оператора. Метод Фурье (разделение переменных). Примеры			2					
8. Интегральное представление дважды дифференцируемых функций. Фундаментальное решение оператора Лапласа ( $n=2,3$ ), физическая интерпретация. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума. Теорема Гарнака			2					

9. Уравнение Лапласа. Единственность и непрерывная зависимость решений внутренней и внешней задач Дирихле. Корректность постановки внутренней и внешней задач Дирихле для круга. Интегральная формула Пуассона. Решение задачи Дирихле для кольца, сектора. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана. Теорема единственности решения задачи Неймана			2					
10. Функция Грина. Решение задачи Дирихле с помощью функций Грина для простейших областей. Метод электростатических изображений. Построение функции Грина с помощью конформных отображений. Решение задачи Дирихле для шара. Интеграл Пуассона			2					
11. Ньютонов потенциал, физический смысл. Потенциалы простого и двойного слоя. Поверхности Ляпунова. Свойства потенциалов простого и двойного слоя на поверхности Ляпунова. Разрыв потенциала двойного слоя. Разрыв нормальной производной потенциала простого слоя			2					
12. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений с полярным ядром. Теоремы единственности решения краевых задач			2					
13. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа							18	
<b>5. Уравнения параболического типа</b>								
1. Задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач для уравнений диффузионного типа. Граничные условия первого, второго и третьего рода, их физическая интерпретация	2							

2. Смешанная краевая задача для уравнения параболического типа. Классическое решение. Принцип максимума. Единственность и непрерывная зависимость классического решения	2							
3. Неоднородное уравнение. Решение методом разложения по собственным функциям	2							
4. Классическая задача Коши для уравнения теплопроводности. Преобразование Фурье. Фундаментальное решение. Свертка. Тепловой и поверхностный потенциалы, их свойства. Решение задачи Коши. Интеграл Пуассона	2							
5. Задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач для уравнений диффузионного типа. Граничные условия первого, второго и третьего рода, их физическая интерпретация			2					
6. Смешанная краевая задача для уравнения параболического типа. Классическое решение. Принцип максимума. Единственность и непрерывная зависимость классического решения			4					
7. Неоднородное уравнение. Решение методом разложения по собственным функциям			2					
8. Классическая задача Коши для уравнения теплопроводности. Преобразование Фурье. Фундаментальное решение. Свертка. Тепловой и поверхностный потенциалы, их свойства. Решение задачи Коши. Интеграл Пуассона			2					
9. Уравнения параболического типа							18	
<b>6. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа</b>								

1. Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач. Смешанная задача для уравнения гиперболического типа. Классическое решение. Интеграл Энергии. Единственность и непрерывная зависимость классического решения. Решение задач с помощью метода разделения переменных								
2. Классическая задача Коши для волнового уравнения. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа	2							
3. Фундаментальное решение для волнового оператора. Распространение волн в пространстве, плоскости и на прямой. Принцип Гюйгенса	2							
4. Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач. Смешанная задача для уравнения гиперболического типа. Классическое решение. Интеграл Энергии. Единственность и непрерывная зависимость классического решения. Решение задач с помощью метода разделения переменных			2					
5. Классическая задача Коши для волнового уравнения. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа			2					
6. Фундаментальное решение для волнового оператора. Распространение волн в пространстве, плоскости и на прямой. Принцип Гюйгенса			2					
7. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа							18	
Всего	72		72				108	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики: учебник для физико-математических специальностей университетов (Москва: Издательство МГУ).
2. Владимиров В. С., Жаринов В. В. Уравнения математической физики: Учебник для вузов(Москва: Издательство физико-математической литературы).
3. Захаров Е. В., Дмитриева И. В., Орлик С. И. Уравнения математической физики: учеб. для студентов вузов(Москва: Академия).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, предлагается применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (MS Office, MathCad, MathLab и др.)

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Наличие электронно-библиотечной системы (электронной библиотеки) и электронной информационно-образовательной среды СФУ, которые обеспечивают возможность индивидуального доступа для каждого обучающегося из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет, как на территории СФУ, так и вне университета

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторные занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами